

# **Biến dạng tập trung và mô hình không cục bộ trong mô phỏng số bê tông theo lý thuyết phá hủy dòn**

*Tóm tắt: Bài báo góp phần phân tích sự tập trung biến dạng trong các vùng bị phá hủy của vật liệu bê tông dưới tác động của tải trọng, khó khăn gặp phải trong việc mô phỏng số theo các mô hình phân tích cục bộ, cách khắc phục bằng cách sử dụng mô hình không cục bộ như là một kỹ thuật hiệu chỉnh có xét đến sự tương tác giữa các điểm vật chất trong vùng phá hủy (FPZ).*

## **1. Đặt vấn đề**

Hiện nay, việc ứng dụng các phương pháp phân tích mới trong đánh giá phá hoại các bộ phận kết cấu công trình xây dựng là cấp thiết để nâng cao tính chính xác, độ tin cậy tính toán và tuổi thọ của các công trình. Phương pháp sử dụng lý thuyết phá hủy dòn trên cơ sở giữ nguyên tính liên tục của vật liệu trong quá trình mô hình tính toán thể hiện nhiều ưu điểm hơn so với các phương pháp không liên tục khác ở thời điểm trước và khi kết cấu bê tông bắt đầu bị phá hủy. Ban đầu các mô hình phân tích phá hủy bê tông đều dựa trên cơ sở lý thuyết cơ học phá hủy liên tục, lấy giả thiết của cơ học môi trường liên tục cổ điển làm cơ sở để phát triển và ứng dụng vào mô phỏng bê tông khi chịu tải trọng. Trong các mô hình trên thì mô hình Marzars là mô hình phá hủy dòn nổi tiếng nhất và vật liệu bê tông được quan niệm là đồng nhất đẳng hướng có xét đến tính bất đối xứng khi chịu kéo và chịu nén bê tông, và phá hủy tổng cộng sẽ là tổng của phá hủy do kéo và phá hủy do nén. Ban đầu mô hình này đã được áp dụng và cho thấy có hiệu quả trong phân tích ở cấp độ vĩ mô một số dạng kết cấu bê tông. Tuy nhiên do không xét đến tương tác giữa các điểm vật chất trong vùng phá hủy do xuất hiện các đường nứt nhỏ làm bê tông bị mềm hoá đi nên khi phân tích các kết cấu có khả năng xuất hiện và lan truyền các đường nứt nhanh như kết cấu chịu kéo trực tiếp hay chịu kéo khi uốn có hoặc không xuất hiện các đường nứt trước thì mô hình này tỏ ra yếu và kết quả tính toán phụ thuộc nhiều vào cách chia lưới các phần tử hữu hạn, năng lượng tiêu tán trong quá trình phá hủy có thể bằng 0...những điều này dẫn đến cần có những kỹ thuật điều chỉnh có xét đến sự tập trung biến dạng trong các vùng bị phá hủy. Việc tiếp cận không cục bộ là một trong những kỹ thuật hiệu quả nhất và đã chứng tỏ được ý nghĩa khi khắc phục được các nhược điểm của mô hình không cục bộ.

Trong quá trình nghiên cứu về ảnh hưởng đối với bê tông của các yếu tố thời gian hay môi trường như nhiệt độ, từ biến, co ngót... các tác giả bài báo đã tích hợp mô hình không cục bộ vào trong phần mềm Lagamine với mục đích phân tích mô phỏng ứng xử bê tông theo lý thuyết phá hủy dòn như là một cơ sở ban đầu. Và bài này góp phần giới thiệu về hiện tượng tập trung biến dạng trong vùng phá hủy của bê tông cũng như là hiệu quả của mô hình không cục bộ với mô phỏng số bê tông.

## **2. Về phương pháp mô phỏng ứng xử bê tông theo lý thuyết phá hủy dòn**

Phá hủy bê tông được xem là hiện tượng xảy ra ở các vùng bê tông chịu ứng suất lớn dưới tác dụng của tải trọng trước khi xuất hiện và lan truyền các đường nứt lớn. Khi xuất hiện vùng phá hủy, mô đun đàn hồi bê tông tại đó bị triệt giảm và dần đến bằng không khi bị phá hủy hoàn toàn. Để mô tả vùng phá hủy người ta dùng một biến trạng thái gọi là biến phá hủy ký hiệu là  $D$  thay đổi từ 0 đến 1 cho biết trạng thái của vật liệu từ nguyên vẹn sang phá hủy hoàn toàn. Có nhiều cách tiếp cận để xây dựng quy luật phá hủy như tiếp cận nhiệt động, tiếp cận theo ứng suất có hiệu. Bài này sử dụng tiếp cận theo ứng suất có hiệu.

+ Ứng suất có hiệu được định nghĩa bằng biểu thức:

$$\bar{\sigma} = E \cdot \bar{\varepsilon} \quad (1)$$

+ Từ trạng thái nguyên vẹn ta có:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$  và lực tác dụng không đổi nên ta có:

$$F = \bar{\sigma} \bar{A} = \sigma A \quad (2)$$

Hay:

$$\sigma = \frac{F}{A} = E \varepsilon = \beta E \varepsilon = (1 - D) E \varepsilon \quad (3)$$

$\sigma$  được gọi là ứng suất danh định.  $\beta$  là biến nguyên còn  $D$  là biến phá hủy.

Tiếp cận tính toán phá hủy theo ứng suất có hiệu đã được rất nhiều các tác giả dùng để mô tả quy luật phát triển phá hủy trong bê tông, bên cạnh đó việc sử dụng biến dạng có hiệu cũng có ý nghĩa tương đương.

Bài này sẽ sử dụng mô hình Mazars như mô hình cơ bản để phát triển các tính toán của mình trên cơ sở có tham khảo các mô hình của các tác giả khác.

### 3. Mô hình cục bộ về phá hủy bê tông

Mô hình cục bộ về phá hủy bê tông dựa trên lý thuyết cơ bản của cơ học môi trường liên tục, theo đó trạng thái vật lý của bất kỳ điểm nào trong chất rắn biến dạng hoàn toàn được xác định bằng các trạng thái của chỉ chất điểm đó, không có bất kỳ một sự tương tác nào giữa các điểm vật chất trong vật thể rắn biến dạng. Mô hình cục bộ thích hợp với các bài toán phân tích trong trường đàn hồi hoặc là cứng cố dẻo. Trong thực tế mô hình cục bộ đã có rất nhiều thành công khi áp dụng phân tích các kết cấu trong xây dựng công trình, khi đó trường ứng suất và biến dạng được tính toán trên cơ sở giả thiết môi trường hoàn toàn đồng nhất, bỏ qua ảnh hưởng của các đường nứt, lỗ rỗng, các hạt cốt liệu...

Mô hình cục bộ phân tích phá hủy bê tông cũng dựa hoàn toàn trên lý thuyết cơ học môi trường liên tục như trên, hay nói chính xác hơn là dựa trên lý thuyết cơ học phá hủy liên tục, một trong những mô hình nổi tiếng nhất về bê tông là mô hình Mazars cục bộ, theo đó:

+ Ứng suất được xác định bằng công thức:

$$\sigma_{ii} = (1 - d) C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (4)$$

$d \equiv D$  là biến phá hủy. Vật liệu bê tông được giả thiết là đàn hồi và phá hủy đẳng hướng, biến phá hủy là một đại lượng vô hướng và bỏ qua các hiệu ứng dẻo trong quá trình phân hủy.

+ Cường độ biến dạng cục bộ được biểu diễn bằng biến dạng tương đương:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum (\varepsilon_i)^2} \quad (5)$$

Trong đó:

$$(\varepsilon_i)_+ = 0 \text{ nếu } \varepsilon_i < 0 \text{ và } (\varepsilon_i) = \varepsilon_i \text{ nếu } \varepsilon_i > 0 \quad (6)$$

Sự phát triển của phá hủy được đặc trưng bởi hàm ngưỡng phá hủy:

$$F(\tilde{\varepsilon}, d) = \tilde{\varepsilon} - K(d) \quad (7)$$

$K(d=0) = \varepsilon_{D0}$  - gọi là giới hạn phá hủy ban đầu

Biến trạng thái phá hủy toàn phần:

$$d = \alpha_t d_t + \alpha_c d_c \quad (8)$$

Với  $\alpha_t$  và  $\alpha_c$  là các hàm trạng thái ứng suất tương ứng với khi chịu kéo và khi chịu nén của bê tông

$$d_t = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}(1 - A_T)}{\varepsilon} - \frac{A_T}{\exp(B_T(\varepsilon - \varepsilon_{D0}))}$$

và

$$d_c = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}(1 - A_C)}{\varepsilon} - \frac{A_C}{\exp(B_C(\varepsilon - \varepsilon_{D0}))} \quad (9)$$

Mô hình Mazars đã được đưa vào trong phần mềm Lagamine. Tuy nhiên, kết quả tính toán thu được phụ thuộc nhiều vào cách chia lưới phần tử cũng như là hiện tượng “snap – back” là hiện tượng năng lượng tiêu tán khi phá hủy bằng 0.

Hai ví dụ mô phỏng với luật cục bộ Mazars gồm 1 dầm nguyên và 1 dầm có nứt môi. Bài toán được giả thiết là biến dạng phẳng. Tải trọng tập trung P đặt chính giữa dầm. Quá trình mô phỏng được thực hiện bằng không chế biến dạng.

Qua các mô phỏng ứng xử bê tông theo luật cục bộ Mazars trường hợp có hoặc không có đường nứt môi ta thấy vùng phá hủy và tập trung biến dạng phụ thuộc nhiều vào số lượng phần tử hữu hạn, các vùng này có dạng hỗn loạn và không đối xứng, khi kích thước phần tử càng nhỏ thì các vùng tập trung biến dạng càng nhỏ và dần đến 0. Theo quan hệ tải trọng - chuyển vị ta thấy trong hai trường hợp dầm, tải trọng lớn nhất gây ra phá hủy dầm thay đổi theo số lượng phần tử sử dụng và do đó không hội tụ về một kết quả chính xác duy nhất, ngoài ra, phần đường cong ứng xử mềm hoá của bê tông có hiện tượng “snap – back” nghĩa là năng lượng tiêu tán trong quá trình phá hủy bằng 0. Điều này về mặt vật lý là không thể chấp nhận được. Nhiều thí nghiệm đã chỉ ra rằng, biến dạng hoá mềm không dần tới 0 như mô phỏng trên mà dần tới một vùng tập trung biến dạng có kích thước hữu hạn được đặc trưng bằng chiều dài đặc trưng  $I_C$ . Hiệu ứng kích thước được thể hiện trong các trường hợp này ở chỗ vùng phá hủy bê tông, nơi xuất hiện các đường nứt nhỏ, có kích thước tỷ lệ với chiều dài đặc trưng  $I_C$ .

Như vậy, mô hình cục bộ về phá hủy bê tông dựa hoàn toàn trên lý thuyết phá hủy liên tục bỏ ra không hiệu quả trong phân tích ứng xử của bê tông.

#### 4. Mô hình không cục bộ về phá hủy bê tông

Ta thấy mô hình cục bộ tỏ ra yếu trong phân tích phá hủy bê tông, như vậy cần có một kỹ thuật điều chỉnh sao cho tránh được các hiện tượng gặp phải trong mô phỏng số với luật cục bộ. Về bản chất, sự tập trung biến dạng trong các vùng bị mềm hoá của bê tông xuất hiện do có sự không đồng nhất cục bộ lớn, sự không đồng nhất này lại là nguyên nhân của sự xuất hiện nhiều đường nứt nhỏ cũng như là ứng xử bê tông trở nên mềm hoá của bê tông trong vùng phá hủy. Do vậy cần thiết phải tính đến sự tương tác của các đường nứt này ảnh hưởng đến ứng xử thật của vùng phá hủy hay nói cách khác cần xem xét một điểm vật chất trong vùng phá hủy cần tính đến ảnh hưởng của các điểm bên cạnh, trong thực tế ảnh hưởng này được thể hiện bằng trung bình trọng số lấy trong một thể tích đại diện ( $V_T$ ) chứa điểm đang xét.

Cho tới thời điểm này đã có một số kỹ thuật điều chỉnh được thêm vào luật cục bộ như kỹ thuật không cục bộ, kỹ thuật gradient bậc hai tường minh hoặc không tường minh... Bài này đã sử dụng tiếp cận không cục bộ để điều chỉnh mô hình cục bộ và biến dạng tương đương được dùng để lấy trung bình trọng số.

Ký hiệu  $\bar{\varepsilon}$  là trung bình trọng số của biến dạng tương đương Mazars  $\tilde{\varepsilon}$  trong thể tích  $V_r$ . Công thức lấy trung bình trọng số như sau:

$$\bar{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \frac{1}{V_r(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \psi(\mathbf{x}-s) \tilde{\varepsilon}(s) d\Omega \quad (9)$$

$$V_r(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} \psi(\mathbf{x}-s) ds \quad (10)$$

Trong đó:  $\Omega$  là thể tích của kết cấu,  $V_r$  là thể tích đại diện quanh điểm  $\mathbf{x}$  đang xét,  $\psi(\mathbf{x}-s)$  là hàm trọng số, có thể được chọn theo dạng phân phối chuẩn Gauss hay dạng đa thức bậc 4 thu gọn. Trong nội dung nghiên cứu này có sử dụng hàm Gauss:

$$\psi(\mathbf{x}-s) = \frac{pxe^{-4\frac{(\mathbf{x}-s)^2}{l_c^2}}}{l_c^2} \quad (11)$$

$l_c^2$  là chiều dài đặc trưng của vùng phá hủy tối thiểu phải lớn hơn 3 lần kích thước phần tử mô phỏng vùng phá hủy.

Bằng cách sử dụng phần tử tám phẳng 8 nút, trên mỗi phần tử sử dụng 4 điểm Gauss để lấy tích phân, quá trình lấy trung bình trọng số được thực hiện bằng cách tích phân không cục bộ trên tổng số các điểm Gauss của toàn kết cấu ( $i = 1 \div N$ ).

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{j=1}^N \omega_i J_i \psi_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \tilde{\varepsilon}_j}{\sum_{k=1}^N \omega_k J_k \psi(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k)} \quad (12)$$

Trong đó:

$\omega_i$  là hàm trọng số lấy tích phân tại điểm Gauss  $i$ ,  $J_i$  là Jacobien.

$\psi$  là hàm trọng số tương tác không cục bộ giữa điểm  $i$  và điểm  $j$  hoặc điểm  $k$ .

Với mô phỏng bằng luật cục bộ, chúng ta thấy kết quả tính toán hội tụ về giá trị duy nhất khi số lượng phần tử hữu hạn đủ lớn để miêu tả vùng phá hủy của bê tông, sự tập trung biến dạng không dần về 0 mà về một dải có kích thước hữu hạn và dải này có dạng gần sát với các kết quả thực nghiệm có được từ các thí nghiệm uốn dầm bê tông trong phòng thí nghiệm. Vị trí của đường nứt được định hướng rõ ràng, đường cong tải trọng biến dạng không phụ thuộc vào số lượng phần tử sử dụng và gần với kết quả thực nghiệm, đặc biệt là giá trị tải trọng lớn nhất gây ra phá hủy dầm. Như vậy các nhược điểm của mô hình cục bộ đã được khắc phục.

## 6. Kết luận và kiến nghị

Mô hình không cục bộ đã chứng tỏ được nhiều ưu điểm và một tả được gần chính xác cơ chế phá hủy và biến dạng tập trung của bê tông khi chịu tải. Hiện nay mô hình này đã được ứng dụng trong thực tế tính toán các kết cấu công trình, đặc biệt là các bộ phận kết cấu dạng dầm, bản hay vỏ chịu tải trọng tỷ lệ. Các kết quả tính toán gần đúng thuần túy về mặt cơ học hoặc là xét đến các yếu tố thứ cấp như nhiệt độ, thẩm nhập nước hay ăn mòn hoá học đã và đang được chấp nhận khi mô phỏng các công trình có ứng xử phức tạp như vỏ lò phản ứng hạt nhân hay hầm chứa chất thải tự nhiên.

(Nguồn tin: Tạp chí Cầu đường Việt Nam số 8 năm 2007)